# שאלה 3 – Static Analysis

1. תחילה נגדיר לכל משתנה בתכנית סריג משלו. נניח שבוצעה אנליזה מקדימה שמבצעת ספירה של כמות המשתנים – נסמן ב- את מספר המשתנים בתכנית. *בנוסף, נניח שבוצעה אנליזה לזמן המקסימאלי שאובייקט יכול להיות נגרר ונסמן בזמן זה ב-.*  עבור משתנה נסמן ב- את הסריג המתאים לו.

הדומיין של הסריגים הללו יהיה:

לשם המחשה, הסריג יוגדר באופן הבא:

כעת, הסריג המתאים לאנליזה יהיה כאשר זה מספר המשתנים בתכנית.

הדומיין של הסריג הוא .

1. נגדיר את באופן הבא:
2. בהינתן פקודה בתכנית, הפונקציה תוגדר באופן הבא: הביטוי בתוך מבטא את תוכן השורה בתכנית:

הוכחת מונוטוניות:

נוכיח תחילה עבור כל בנפרד ואז לפי משפט מההרצאה נקבל שמכיוון ש- מונוטונית עבור כל כניסה בוקטור, אז מונוטונית עבור הוקטורים.

יהיו זוג וקטורים כך ש- מכסה את . נסמן ב- את הכניסה ה- של הוקטורים בהתאמה. ולכן לפי משפט נפריד למקרים:

1. ו- הוא כל מצב. אז מהגדרת נובע שלאחר הפעלת על הוקטור מתקיים ולכל מצב שאליו יעבור תתקיים מונוטוניות כי הוא חסם תחתון.
2. ו- הוא כל מצב. אז מהגדרת נובע שלאחר הפעלת על הוקטור מתקיים ולכל מצב שאליו יעבור תתקיים מונוטוניות כי הוא חסם עליון.

* כעת, מכיוון שלכל מתקיים אז לפי המשפט .

1. *את הפיתרון לשאלה נוכל לקבל ע"י הוקטור המתקבל ב- בהתאם למיקום הנקודה , ואם נראה באחת הקואורדינטות של הוקטור מספר שגדול מהסף שהגדרנו אז נדע שהמשתנה נגרר:*
2. *כעת נרצה לשמור עבור כל משתנה את כל המצבים שבהם הוא יכול להיות בו-זמנית, לכן נשמור בכל כניסה בוקטור כקבוצה. באופן פורמאלי נגדיר כ- את הסריג של כניסה בוקטור. הדומיין של הוא:*

*הסריג שלנו הוא*

*הדומיין של הסריג יהיה .*

*יחס הסדר יהיה הכלה איבר-איבר בוקטור, כלומר:*

*לשם המחשת מראה הסריג , הוא בנוי מ- רמות כאשר בכל רמה יהיו כל הקבוצות עם איברים מתוך .*

1. *וקטור המצבים של המשתנים מכיל קבוצות ולכן נגדיר . המשמעות היא לבצע איחוד איבר-איבר של 2 וקטורים: בהינתן , נגדיר:*
2. ה- תהיה זהה לפונקציה שהגדרנו בסעיף א', אך תפעל בנפרד על כל איבר בתוך הקבוצות. נסמנה ב-. באופן פורמאלי:

בנוסף, נתון שבלוק מכיל פקודה אחת בלבד ולכן בכל בלוק יש לכל היותר כניסה אחת בוקטור שמושפעת מביצוע הבלוק. נסמן ב- את הכניסה שמושפעת מביצוע הפקודה, לכן:

מסעיף א' היא מונוטונית ולכן נקבל:

פונקציה בסעיף ב' זהה לפונקציה מסעיף א' פרט לצורה שבה תפעל על קבוצות במקום על מספרים ספציפיים. יחס ההכלה מסעיף א' לא הופר על ידי החלפת ב ולכן גם מונוטוניות מובטחת.

1. נגדיר פונקציות שתפעל בצורה הבאה:

נגדיר את באופן הבא:

נשתמש בפונקציות הנ"ל כדי לקחת איבר ולכל נמיר אותו למצב ב- ע"י לקיחת האיבר המקסימלי בקבוצה שהוא המרחק המקסימלי שיכול להיות בין שימוש אחרון של משתנה לשחרור שלו, כלומר מרחק גרירה מקסימלי. ניצור וקטור בצורה הבאה:

ולאחר מכן נקבל תוצאה שתואמת את המבנה של סעיף א' ונקבל את הפתרון לשאלה באותה הדרך כמו שקיבלנו בסעיף א'.